

基于多用户度分布优化的 LDPC 码构造方案

关梦生, 朱敏, 白宝明, 刘彤

(西安电子科技大学空天地一体化综合业务网全国重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 为了在多用户相关源情况下设计具有优秀性能的低密度校验 (LDPC) 码, 参考点对点信道中 LDPC 码的度分布优化算法, 将其推广到多用户领域, 并基于此设计了一套码构造方案。首先从多用户联合译码因子图出发推导了迭代更新信息的概率密度函数和外部信息转移函数; 然后以最大化用户和速率为目标, 外部信息译码收敛为条件, 设计出适用于不同多用户场景下的数学优化模型, 获得度分布参数; 最后以该参数为基础, 结合代数循环移位值、环分布、最小距离等矩阵优化方案, 设计了代数构造准循环 LDPC 码的流程。为验证方案有效性, 在不同场景下使用构造码字与现有的几种多用户构造码字进行对比。仿真结果表明, 构造的单一速率 LDPC 具有明显的性能优势, 在此基础上扩展得到的速率兼容 LDPC (RC-LDPC) 码在一定码率区间内优于现有方案的同时, 也能较好地趋近单一速率构造的性能水平。

关键词: 多用户度分布; 准循环; 速率兼容; 低密度校验码

中图分类号: TN92

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2025029

LDPC code construction scheme based on multi-user degree distribution optimization

GUAN Mengsheng, ZHU Min, BAI Baoming, LIU Tong

State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China

Abstract: To design low-density parity-check (LDPC) codes with excellent performance in the multi-user related source scenario, the degree distribution optimization algorithm for LDPC codes in point-to-point channels was extended to the multi-user scenario, and based on this, a set of code construction schemes was developed. First, the iterative update information probability density function and external information transfer function were derived from the multi-user joint decoding factor graph. Then, the mathematical optimization model was designed with the maximization of sum rate as the goal and the external information decoding convergence as the condition, the degree distribution parameters were obtained. Subsequently, based on these parameters and incorporating matrix optimization schemes such as algebraic cyclic shift values, cycle distribution, and minimum distance, a process for algebraically constructing quasi-cyclic LDPC codes was designed. To validate the effectiveness of the proposed scheme, the constructed codes were compared with existing multi-user constructed results across various scenarios. Simulation results show that the single-rate LDPC code has significant performance advantages, and the rate compatible LPDC (RC-LPDC) code extended from this framework not only outperforms existing schemes within a specific code rate range but also closely approaches the performance level of the single-rate construction.

Keywords: multi-user degree distribution, quasi cycle, rate compatible, LDPC code

收稿日期: 2024-12-18; 修回日期: 2025-02-10

通信作者: 白宝明, bmbai@mail.xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62271380, No.62171356)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.62271380, No.62171356)

0 引言

低密度校验 (LDPC, low-density parity-check) 码是一种由 Gallager^[1]提出的纠错码。它和 Turbo 码以及 Polar 码是信道编码领域研究中最接近香农限的几类码^[2]。相比 Turbo 码, LDPC 码有着更为简便实用的译码方案; 相比 Polar 码, LDPC 码具有更好的长码性能。因此在纠错码领域, LDPC 码是目前最有前景的编码方案之一, 这也推动 LDPC 码成为 20 世纪末期以及 21 世纪的研究热点。

LDPC 码的相关研究大部分集中在对结构化 LDPC 码的构造方法和矩阵优化, 以及设计更高纠错性能和更低复杂度的译码算法上。其中, LDPC 码的构造可以简单地分为两大类。第一类是随机构造, 它通过在校验矩阵中随机地分布非零元素来构造 LDPC 码, 其中典型的代表是 PEG (progressive edge-growth) 构造算法^[3-5]。文献[5]在构造过程中, 通过消除校验矩阵中的 4-环, 取得了逼近容量限的性能, 这也为之后的矩阵环优化构造提供了思路。第二类是结构化构造, 与前者不同, 结构化构造可以生成具有特定结构和性能特点的 LDPC 码。它是一种灵活、可控、可预测、可优化的方法。目前, 结构化矩阵结构中, 准循环 (QC, quasi-cyclic) - LDPC 码是研究的重点。文献[6-7]提出了基于有限几何的构造法, 利用有限几何中的平面、线和点等几何结构来生成校验矩阵。文献[8]进一步尝试将多种二元和多元代数构造方式利用有限域以及组合数学的知识统一到一个整体框架之中, 为后续进一步研究和改进 QC-LDPC 码构造提供了基础^[9-10]。文献[11]提出了一种方法用于构造仅由一个指数指定的 QC-LDPC 码组, 并优于相同情况 5G 码的性能。文献[12]基于偏几何设计了 3 种特定的局部几何循环类, 构造了 3 类 QC-LDPC 长码。所构造的码在采用置信传播迭代译码算法时, 无论在加性高斯白噪声信道还是删除信道中均表现良好。

然而, 在多用户方面, LDPC 码的构造情况则相对复杂。当使用非正交信号时, 对应的码设计和译码分析比点对点 (P2P, point to point) 信道要困难得多, 但是相关源信息可以通过多用户检测和联合译码来得到。同时, 稀疏结构的采用使得译码端能够以低复杂度控制来自其他用户的干扰。鉴于上述情况, 许多研究开始关注基于联合译码的多用户 LDPC 码设计^[13-17]。其中, 文献[13]针对对称信道

引入了线性规划的外部信息转移 (EXIT, extrinsic information transfer) 图分析, 进而将密度进化 (DE, density evolution) 这一工具扩展到指导设计非对称信道码字^[14-15]。但是, 这种方法一般采用差分进化算法^[15], 即通过随机筛选现有的度分布组合来生成多个候选度分布, 故而需要大量的操作来评估它们的性能。考虑到与传统的 DE 相比, 线性规划的 EXIT 图分析可以高效利用整个度空间, 文献[18-21]进一步提出了借助 EXIT 函数指导设计多用户 LDPC 码的方案。其中, 文献[20]使用 EXIT 图描述了一种用于不等功率两用户高斯多址信道的 LDPC 码设计框架, 设计了具有优异的有限长度性能的 LDPC 码。文献[21]则推导了一个基于联合原型的外在信息传递图来分析 2 个用户高斯多址接入信道 (GMAC, Gaussian multiple access channel) 的迭代用户译码行为, 并分别为 2 个用户构建了不同码率的基矩阵。该方法设计的 LDPC 码具有陡峭的瀑布区, 在高信噪比下具有目前最好的两用户性能表现。

然而, 对更多用户来说, EXIT 图分析存在 2 个局限性: 首先, 在两用户时, 一般的高斯近似对于译码过程中传递消息的概率密度函数 (PDF, probability density function) 模拟不再准确; 其次, 基于更精确模型的模拟 PDF 再推导互信息表达式时无法通过具体显式形式表示。其中, 第一个问题可以通过使用高斯混合 (GMM, Gaussian mixture module) 等其他模型拟合 PDF 来解决^[15]。但是, 目前尚不清楚如何克服第二个问题, 只能牺牲计算复杂度从概念关系式计算。可以看出, 在现有的多用户信道的 LDPC 码设计中, 无论是 DE 还是 EXIT 图分析, 都不能同时实现良好的性能和效率。考虑到这些因素, 文献[22]将两者结合, 设计了先通过具体模型拟合密度进化的 PDF, 然后基于 EXIT 函数建立线性优化度分布模型的思路, 设计了性能优秀的 QC-LDPC 码。然而, 一方面, 它采用的近似高斯模拟 PDF 具有较大误差, 设计的模型具有适用局限性; 另一方面, 也未设计具体的优化算法。因此, 本文首先改为使用拉普拉斯-高斯混合模型 (LGMM, Laplace Gaussian mixture module) 对多用户密度进化的 PDF 函数进行拟合, 提高精确度。然后将基于 EXIT 函数的度分布优化数学模型根据不同情况作出简化调整, 简化复杂度。最后整合所

有步骤设计了具体的多用户度分布优化算法,称为密度进化-外部信息转移优化算法(DE-EXITOA, density evolution-extrinsic information transfer optimization algorithm)。该算法用于设计 GMAC 和高斯干扰信道(GIC, Gaussian interference channel)的 QC-LDPC 码度分布参数。在此基础上,本文进一步结合 P2P 信道中的代数构造方案以及多种矩阵优化方案,以 DE-EXITOA 的结果为输入,构造 QC-LDPC 码以及速率兼容 LDPC (RC-LDPC) 码。具体操作为:首先基于优化最小欧式距离的思想设计 QC-LDPC 码基矩阵大致结构^[23];然后使用代数循环移位值优化将其填充为循环移位矩阵^[22]并对其作基于围长约束条件^[5-7]的环优化;最后使用矩阵散列的方式得到校验矩阵。进一步地,以该矩阵为母码,采用矩阵扩展生成 RC-LDPC 码^[24-25]。

本文主要的研究工作如下。

1) 从多用户联合译码因子图出发,借助 LGMM 模拟密度进化的边信息 PDF 曲线,并根据此推导对应的 EXIT 函数。在此基础上,将点对点信道的度分布优化模型推广到一般多用户并设计度分布优化算法。

2) 以多用户优化度分布输出结果为设计参数,结合代数循环移位值、环分布、最小距离等矩阵优化思路设计 QC-LDPC 码的构造算法,并进一步扩展得到 RC-LDPC 码。

3) 仿真结果表明,在两用户情况下,基于这种构造方案设计的单一速率 QC-LDPC 码性能优于文献[15,20,22]中构造的码字,个别速率与文献[21]的性能相近;在三用户的情况下,明显优于文献[22]的设计码字。此外,扩展得到的 RC-LDPC 码在一定码率区间内优于现有方案,并与单一速率的构造性能相近。

1 基本原理

1.1 CPM-QC-LDPC 码基础

如果描述一个 LDPC 码的校验矩阵 H 是由多个相同大小的循环子矩阵组成的矩阵阵列,就称 LDPC 码为 QC-LDPC 码。假设每一个循环矩阵 M 大小为 $a \times a$, 共 $m \times n$ 个子循环矩阵构成的校验矩阵记为 $H = \{M_{ij}\}_{M \times N}$, 其中 $M = m \times a$, $N = n \times a$ 。考察该校验矩阵中的子矩阵 M_{ij} , 如果它是非零阵,则记为 A_{ij} 。进一步地,对于 A_{ij} , 如果它是行

列重量为“1”的满秩矩阵,则记作 Q_{ij} 。特别地,一个由 Q_{ij} 和 O 矩阵组成的矩阵阵列 H , 描述了一类特殊的 QC-LDPC 码,记作循环置换矩阵(CPM, circulant permutation matrices)-QC-LDPC 码,后续所涉及的 QC-LDPC 码和 RC-LDPC 码均是基于该种码字结构,不再增加前缀。

设 $Q_{ij} = \{q_{b,p}\}_{a \times a}$ 是重量为 1 的循环满秩方阵,考察其第一行元素 $\{q_{0,0}, q_{0,1}, \dots, q_{0,p}, \dots, q_{0,a-1}\}$, 如果其中的 $q_{0,p}$ 为该行的唯一非零元素,则将该循环子矩阵记为 $Q(p)_{ij}$ 。为了方便描述,特别地,将矩阵 O 记为 $Q(-1)$ 。这样一来, QC-LDPC 码所对应的校验矩阵 H 可以表示为

$$H = \{Q(p)_{ij}\}_{m \times n}, -1 \leq p < a \quad (1)$$

$$H_{M \times N} = \begin{bmatrix} Q(p)_{0,0} & Q(p)_{0,1} & \cdots & Q(p)_{0,N-1} \\ Q(p)_{1,0} & Q(p)_{1,1} & \cdots & Q(p)_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Q(p)_{M-1,0} & Q(p)_{M-1,1} & \cdots & Q(p)_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

通常将矩阵 $Q(p)_{ij}$ 称作 QC-LDPC 码的 CPM。借助 CPM 及其相关参数 a, p, i, j , 可以快速通过矩阵散列的方式还原出对应的校验矩阵 H 。而这种基于 CPM 设计的 QC-LDPC 码在储存上可以直接借助移位寄存器实现,同时由于其校验矩阵结构中,任意子矩阵之间满足准行正交关系,在进行译码时也具有相当的便捷性。因此, QC-LDPC 码广泛应用于 5G 等现代通信领域中。

1.2 QC-LDPC 码代数构造

一直以来,对 QC-LDPC 码的构造方法大致分为 2 类:一是基于图论的基模图构造,二是基于代数的叠加构造。文献[8]尝试将 QC-LDPC 码的构造方式统一在一个系统框架内,并指出基模图构造可以看成代数构造的一种特例。故而,这里主要介绍叠加构造的思想。

已知描述一个 QC-LDPC 码所对应的校验矩阵 H , 其中 CPM 的阶数为 $a \times a$, p 代表其移位数值。易知,如果一个矩阵记录了 H 中的 CPM 位置以及对应位置的 p , 就可以通过矩阵散列的方式得到 H 。将这样的矩阵称为循环移位矩阵 P 。进一步地,如果将 P 中所有移位值元素记为“1”, 否则记为“0”, 则可以得到对应的基矩阵 B , 它仅描述了 CPM 的对应位置。假设 CPM 大小 2×2 , 且 P 和 B

结构如式(3)所示, 对应的校验矩阵 H 如式(4)所示。

$$\begin{aligned} P_{2 \times 4} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ B_{2 \times 4} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

$$H_{4 \times 8} = \begin{bmatrix} [0 & 1] & [0 & 0] & [0 & 1] & [1 & 0] \\ [1 & 0] & [0 & 0] & [1 & 0] & [0 & 1] \\ [0 & 0] & [0 & 1] & [0 & 0] & [1 & 0] \\ [0 & 0] & [1 & 0] & [0 & 0] & [0 & 1] \end{bmatrix} \quad (4)$$

可以看出, 对于一个 QC-LDPC 码来说, 给定 CPM 大小后, 其校验矩阵可以由循环移位矩阵 P 唯一确定, 同时其环分布和其基矩阵 B 是相互等价的。所以 QC-LDPC 码构造算法如算法 1 所示。

算法 1 QC-LDPC 码构造算法

- 1) 初始化设计参数、码长、码率、度分布。
- 2) 根据一定的结构类型, 设计稀疏结构的基矩阵 B 。
- 3) 对基矩阵 B 根据设计的循环移位值表进行初始填充得到对应 P 。
- 4) 对 P 进行分块, 分析其中的待优化子矩阵 P_s , 通过优化其移位值分布, 得到子矩阵 P_s^* 和 P_r^* 。
- 5) 对 P^* 进行环分布检测, 做环优化, 得到 P_r^* 。
- 6) 根据 CPM 大小 a 和循环移位值 p , P_r^* 将散列生成 H 。

值得注意的是, 在环优化的过程中通常使用掩模矩阵 Z , 其维度和 B 相同。

$$Z = \{z_{ij}\}_{m \times n}, z_{ij} \in \{0, 1\} \quad (5)$$

$$H = Z \circ B \circ \{Q(p)_{ij}\}_{m \times n} \quad (6)$$

其中, \circ 代表矩阵的阿达马 (Hadamard) 乘积。可见, 通过设计合适的 Z 可以保留或者删除基矩

阵中的非零元素, 进而改变其环分布和最小围长。

2 多用户 LDPC 码构造

2.1 构造优化思路

从 1.2 节介绍的算法 1 步骤出发, 归纳优化思路, 主要包含以下几个方面。

步骤 1) 中, 初始化设计参数时, 根据不同的多用户场景, 使用 DE-EXITAO 优化得到度分布值。

步骤 2) 中, 设计基矩阵 B 时, 结合优化最小距离方案设计 B 的初始结构^[23]。

步骤 3) 和步骤 4) 中, 生成 P 及优化 P_s 时, 采用代数辅助构造方案^[26], 确定其移位值和移位值分布。

步骤 5) 中, 基于围长约束条件^[27-28] 进行反复的环优化, 并保留少量 4-环和 6-环。

其中, 环优化等相关原理可以参考上述对应文献, 重点介绍第一方面。

2.2 多用户度分布优化

2.2.1 多用户密度进化及概率密度函数

参考 P2P 信道中的密度进化分析^[11], 首先从对应场景的译码因子图入手。图 1 给出了 n 个用户场景下对任意用户 $i, 1 \leq i \leq n$ 的联合译码因子图^[17]。设用户 i 的发送符号为 $X_i \in \{-1, +1\}$, 则 n 个用户的发送端符号集合可以记为 $S = \{X^k\}_{k=1}^{2^n}$, 其中 $X^k = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 。图 1 中以用户 i 为视角, 描述了固定 $X_i = +1$ 的任意一种 X^k 发送情况下, 状态节点 (SN, state node) 接收其余译码器信息并发送给该用户的过程。设 l 代表联合译码器的迭代轮次, SN 作为中间节点, 它们接收符号 Y 以及各个用户与其相关的变量节点 (VN, variable node) 的传递信息

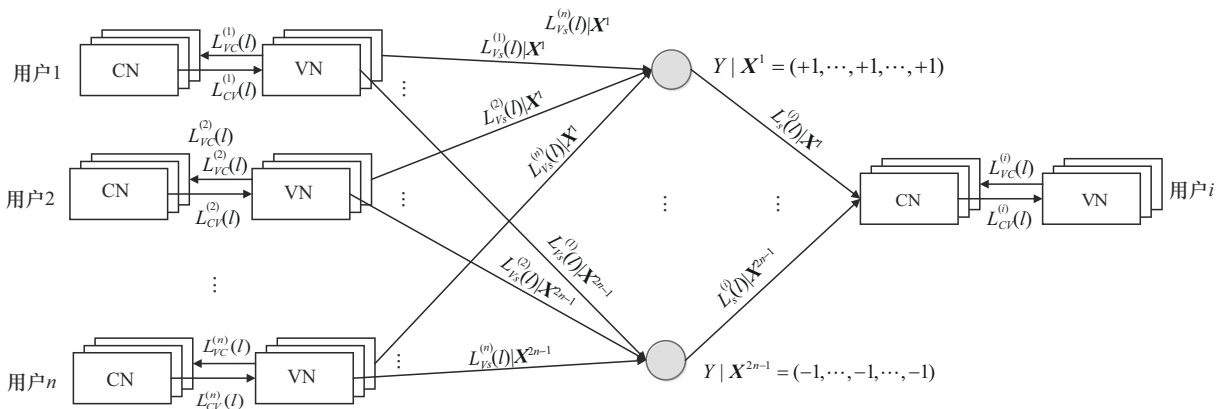


图1 多用户联合译码因子图

$\{L_{V_s}^{(i)}(l)\}_{i=1}^n$ 。这样一来, 整个译码因子图包含 2 种信息迭代: 一是每个用户译码器中 VN 与校验节点 (CN, check node) 的内部信息迭代, 记为 $L_{V_C}^{(i)}(l)$ 和 $L_{C_V}^{(i)}(l)$; 二是所有用户之间借助 SN 进行的外部信息迭代, 记为 $L_{V_s}^{(i)}(l)$ 和 $L_s^{(i)}(l)$ 。

首先, 考察内部循环, 每个用户 $i, 1 \leq i \leq n$ 与二元和积译码算法 (SPA, sum product algorithm) 的原理相同^[26], 设 C_V 表示与变量节点 V 相连的所有校验节点集合, V_C 表示与校验节点 C 相连的所有变量节点集合, $L_{V_C}^{(i)}(l)$ 和 $L_{C_V}^{(i)}(l)$ 的更新记为

$$L_{V_C}^{(i)}(l) = L_s^{(i)}(l) + \sum_{C' \in C_V \setminus \{C\}} L_{C_V}^{(i)}(l)$$

$$L_{C_V}^{(i)}(l+1) = \sum_{V' \in V_C \setminus \{V\}} \text{boxplus} \{L_{V_C}^{(i)}(l)\} \quad (7)$$

其中, $L_s^{(i)}(l)$ 表示状态节点对用户 i 相关 VN 传递的信息, $L_{V_s}^{(i)}(l)$ 、 $L_s^{(i)}(l)$ 可以用集合形式表示为

$$L_{V_s}^{(i)}(l) = \{L_{V_s}^i(l)|\mathbf{X}^1, \dots, L_{V_s}^i(l)|\mathbf{X}^{2^n-1}\}$$

$$L_s^{(i)}(l) = \{L_s^i(l)|\mathbf{X}^1, \dots, L_s^i(l)|\mathbf{X}^{2^n-1}\} \quad (8)$$

已知 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为 n 个用户的发送符号序列, Y 对应接收符号, 设 $p(\cdot)$ 表示 PDF, 则对用户 i , 外部循环传递信息表示为^[13]

$$L_{V_s}^{(i)}(l) = \sum_{C' \in C_V \setminus \{C\}} L_{C_V}^{(i)}(l)$$

$$L_s^{(i)}(l) = \text{lb} \frac{p(Y|X_i=+1)P(X_i=+1)}{p(Y|X_i=-1)P(X_i=-1)} \quad (9)$$

结合式(7)~式(9)以及译码因子图迭代信息推导 DE 表达式的方法^[22,29], 假设用户 i 满足度分布 $(\lambda^{(i)}, \rho^{(i)}, d_v, d_c)$, 借助辅助函数 $\Gamma(\cdot)$ ^[27], 可以得到其多用户 DE 的 PDF 表达式为

$$p(L_{V_C}^{(i)}(l)) = \sum_{u=2}^{d_v} \lambda_u^{(i)} \left(p(L_s^{(i)}(l)) \otimes \left(p(L_{C_V}^{(i)}(l)) \right)^{\otimes(u-1)} \right)$$

$$p(L_{C_V}^{(i)}(l+1)) = \Gamma^{-1} \left(\sum_{c=2}^{d_c} \rho_c^{(i)} \left(\Gamma \left(p(L_{V_C}^{(i)}(l)) \right) \right)^{\otimes(c-1)} \right)$$

$$p(L_{V_s}^{(i)}(l)) = \sum_{u=2}^{d_v} \frac{\lambda_u^{(i)}}{\sum_u \lambda_u^{(i)}} \left(p(L_{C_V}^{(i)}(l)) \right)^{\otimes(u-1)} \quad (10)$$

然而, 对于 $L_s^{(i)}(l)$ 的 PDF 表达式 $p(L_s^{(i)}(l))$, 目前只有在两用户情况下可以推导。更多用户的情况一般使用近似拟合的方法, 考虑到高斯模型以及

GMM 的拟合误差, 采用 LGMM^[30-31] 来模拟 $p(L_s^{(i)}(l))$ 。通常来说, LGMM 由 N_{AL} 个拉普拉斯分量和 N_G 个高斯分量组成。给定 $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_{N_{\text{AL}}})$, $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_{N_{\text{AL}}})$, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_{N_G})$, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_{N_G})$, $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_{N_G})$, $\boldsymbol{\lambda}_L = (\lambda_{L,1}, \dots, \lambda_{L,N_{\text{AL}}})$, $\boldsymbol{\lambda}_R = (\lambda_{R,1}, \dots, \lambda_{R,N_{\text{AL}}})$, PDF 模拟表达式记为

$$p_{\text{LGMM}}(L|\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}_L, \boldsymbol{\lambda}_R, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\sigma}) = \sum_{q=1}^{N_{\text{AL}}} \alpha_q p_{\text{AL}}(L|\mu_q, \lambda_{L,q}, \lambda_{R,q}) + \sum_{j=1}^{N_G} \beta_j p_{\text{G}}(L|v_j, \sigma_j) \quad (11)$$

其中, $\sum_{q=1}^{N_{\text{AL}}} \alpha_q + \sum_{j=1}^{N_G} \beta_j = 1$, $p_{\text{AL}}(\cdot)$ 和 $p_{\text{G}}(\cdot)$ 分别代表拉普拉斯概率密度函数和高斯概率密度函数, 具体为

$$p_{\text{AL}}(x|\mu, \lambda_L, \lambda_R) = \begin{cases} \frac{e^{\lambda_L(x-\mu)}}{\lambda_L^{-1} + \lambda_R^{-1}}, & x < \mu \\ \frac{e^{-\lambda_R(x-\mu)}}{\lambda_L^{-1} + \lambda_R^{-1}}, & x \geq \mu \end{cases}$$

$$p_{\text{G}}(x|v, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(x-v)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

实验证明, 模拟 $p_{\text{LGMM}}(L_s^{(i)}(l))$ 时选取 $N_{\text{AL}} = 1$ 、 $N_G = 3$ 可以获得很好的拟合度。

2.2.2 外部信息转移函数

在 DE 的 PDF 基础上, 通常需要构建 PDF 与互信息的桥梁, 进而得到基于互信息测度的 EXIT 函数。由于非高斯近似不能使用常规的 $J(\cdot)$ 函数^[19], 通过一般的理论表达式计算。

$$I(L^{(i)}; X_i) = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} p(L^{(i)}|X_i=+1) \cdot \text{lb} \left(1 + \frac{p(-L^{(i)}|X_i=+1)}{p(L^{(i)}|X_i=+1)} \right) dL^{(i)} \quad (13)$$

结合式(10)~式(13), 便可以计算图 1 多用户联合译码中任意 l 轮用户 i 基于度分布的 EXIT 函数 $I_{EV}^{(i)}$ 、 $I_{EC}^{(i)}$ 、 $I_{AV}^{(i)}$ 、 $I_{AC}^{(i)}$ 。

2.2.3 多用户度分布优化模型

参考点对点信道中优化度分布的数学优化模型^[13], 设 n 个用户系统下任意用户 i 的度分布为 $(\lambda^{(i)}, \rho^{(i)})_{i=1}^n$ 。结合 2.2.1 节和 2.2.2 节的介绍可知, 其 EXIT 函数的计算与度分布和迭代次数有关, 记为 $I_{EV}^{(i)}(\lambda^{(i)}, \rho^{(i)}, l)$ 、 $I_{AC}^{(i)}(\rho^{(i)}, l)$ 。则可以写出式(14)所示的度分布优化模型为

$$\begin{aligned}
\max \quad & R^{(i)} = 1 - \frac{\sum_{c=2}^{d_c} \frac{\rho_c^{(i)}}{c}}{\sum_{u=2}^{d_v} \frac{\rho_c^{(i)}}{c}} \\
\text{s.t.} \quad & \text{C1: } \lambda_u^{(i)} \geq 0, \rho_c^{(i)} \geq 0 \\
& \text{C2: } \sum_{u=2}^{d_v} \frac{\lambda_u^{(i)}}{u} = 1, \sum_{c=2}^{d_c} \frac{\rho_c^{(i)}}{c} = 1 \\
& \text{C3: } \lambda_u^{(i)} \sum_{c=2}^{d_c} (c-1) \rho_c^{(i)} \leq \exp((h^{(i)})^2) - \varepsilon \\
& \text{C4: } I_{EV}^{(i)}(\lambda^{(i)}, \rho^{(i)}, l) \geq I_{AC}^{(i)}(\rho^{(i)}, l) + \varepsilon_l \quad (14)
\end{aligned}$$

其中, $1 \leq l \leq l_{\max}$, $\lambda^{(i)}$ 、 $\rho^{(i)}$ 为当前用户优化问题的变量, 优化目标为最大化用户和速率 $R^{(i)}$ 。为了提高操作可行性, 在优化 n 个用户时, 考虑从一个初始度分布 $(\lambda_0, \rho_0) = \{(\lambda_{u,0}^{(i)}, \rho_{c,0}^{(i)})\}_{i=1}^n, u=2, c=2}^{d_v, d_c}$ 出发, 对任意用户 i 固定其中的 $\{\rho_{c,0}^{(i)}\}_{c=2}^{d_c}$, 通过寻找最佳的变量 $\tilde{\lambda}^{(i)}$ 来获得最大和速率, 对应数学模型改写为

$$\begin{aligned}
& \text{for } \{\rho_{c,0}^{(i)}\}_{c=2}^{d_c}: \\
\max \quad & \sum_{u=2}^{d_v} \frac{\lambda_u^{(i)}}{u} \\
\text{s.t.} \quad & \text{C1: } \sum_{u=2}^{d_v} \frac{\lambda_u^{(i)}}{u} = 1, \lambda_u \geq 0 \\
& \text{C2: } \lambda_2^{(i)} \sum_{c=2}^{d_c} (c-1) \rho_c^{(i)} \leq \exp((h^{(i)})^2) - \varepsilon \\
& \text{C3: } \sum_{u=2}^{d_v} \lambda_u^{(i)} I_{EV,u}^{(i)}(\lambda_u^{(i)}, l) \geq I_{AC}^{(i)}(l) + \varepsilon_l \quad (15)
\end{aligned}$$

其中, u 对应变量节点度数。任意用户在 $\{\rho_{c,0}^{(i)}\}_{c=2}^{d_c}$ 固定不变的条件下, 条件 C3 只与变量 $\{\lambda_u^{(i)}\}_{c=2}^{d_v}$ 相关。该数学优化模型即退化成一个关于参数 $\lambda_u^{(i)}$ 的线性优化问题, 可以较为方便地获取最优解 $\{(\tilde{\lambda}_u^{(i)}, \rho_{c,0}^{(i)})\}_{u=2}^{d_v, c=2} = \{(\tilde{\lambda}^{(i)}, \rho_0^{(i)})\}$ 。

在具体的多用户度分布优化过程中, 数学优化模型式(15)需要进一步结合实际的场景和设计需求进行改写。例如, 假设在对称高斯MAC信道下, n 个用户采用相同度分布的LDPC码, 且 $\rho_0^{(i)}=1$ 对应度数为 d_c , 数学模型简化为

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{u=2}^{d_v} \frac{\lambda_u}{u} \\
\text{s.t.} \quad & \text{C1: } \sum_{u=2}^{d_v} \frac{\lambda_u}{u} = 1, \lambda_u \geq 0
\end{aligned}$$

$$\text{C2: } \lambda_2(d_c - 1) \leq \exp(h^2) - \varepsilon$$

$$\text{C3: } \sum_{u=2}^{d_v} \lambda_u I_{EV,u}(\lambda_u, l) \geq I_{AC}(l) + \varepsilon_l \quad (16)$$

特别地, 对于两用户弱干扰信道, 分别对其公有信息和私有信息码字进行度分布优化, 其中每一组等效为一个多址接入信道处理, 每个信道对应一个类似式(15)的模型。

2.2.4 多用户度分布优化算法

结合式(15)和式(16), 可以给出如下多用户度分布优化算法步骤。

1) 初始化相关参数: 设置对应的用户数 n , 联合译码器的最大迭代次数 l_{\max} , 度分布优化算法最大迭代次数 K , 目标和速率 $\mathbf{R}^* = \{R^{(i),*}\}_{i=1}^n$ 。对任意用户 $i, 1 \leq i \leq n$, 初始化度分布集合, 并计算起始码率

$$(\rho_0, \lambda_{k=0}) = \{(\rho_0^{(i)}, \lambda_{u,0}^{(i)})\}_{i=1}^n \rightarrow \mathbf{R}_0 = \{R_0^{(i)}\}_{i=1}^n \quad (17)$$

2) 第 k 次迭代中的 DE 分析: 根据当前度分布 (ρ_0, λ_k) 和式(10)、式(11)计算所有用户的 PDF 向量 $\mathbf{P}(\lambda_k, \rho_0, l)$, 由于其中 ρ_0 固定值, 以下均不写入变量中, 具体操作为

$$\begin{aligned}
(\rho_0, \lambda_k) & \rightarrow \mathbf{P}(\lambda_k, l) = \{\mathbf{P}^{(i)}(\lambda_k^{(i)}, l)\}_{i=1}^n \\
\mathbf{P}^{(i)}(\lambda_k^{(i)}, \rho_0^{(i)}, l) & = \{p(L_{VC}^{(i)}(\lambda_k^{(i)}, l)), \\
p(L_{CV}^{(i)}(\lambda_k^{(i)}, l)), p(L_{VS}^{(i)}(\lambda_k^{(i)}, l)), \\
p_{\text{LGMM}}(L_s^{(i)}(\lambda_k^{(i)}, l))\} \quad (18)
\end{aligned}$$

3) 第 k 次迭代中的 EXIT 分析: 根据 $\mathbf{P}(\lambda_k, l)$ 和式(13)计算所有用户的 EXIT 函数向量 $\mathbf{I}_{EV}(\lambda_k, l)$ 和 $\mathbf{I}_{AC}(l)$, 操作为

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}(\lambda_k, l) & \rightarrow \mathbf{I}_{EV}(\lambda_k, l), \mathbf{I}_{AC}(l) \\
\mathbf{I}_{AC}(l) & = \{I_{AC}^{(i)}(l)\}_{i=1}^n, \mathbf{I}_{EV}(\lambda_k, l) = \{I_{EV}^{(i)}(\lambda_k, l)\}_{i=1}^n \quad (19)
\end{aligned}$$

4) 检验收敛性条件: 任意用户在 $l \rightarrow l_{\max}$ 时是否存在 $I_{AC}^{(i)}(l) \rightarrow 1$, 不满足则重新选取初始参数并且返回步骤2); 反之, 继续下一步。

5) 第 k 次迭代中的优化问题计算: 根据 $\mathbf{I}_{EV}(\lambda_k, l)$ 、 $\mathbf{I}_{AC}(l)$ 、 (ρ_0, λ_k) 借助式(15)计算当前场景下的数学优化问题, 完成对应 $l=1$ 到 $l=l_{\max}$ 的线性优化, 并记录优化结果为 λ_{k+1} , 操作为

$$I_{AC}(1)I_{EV}(\lambda_{k,1}) \xrightarrow{l \rightarrow l_{\max}} I_{AC}(l_{\max})I_{EV}(\tilde{\lambda}_k, l_{\max})$$

$$(\lambda_{k+1}, \rho_0) = (\tilde{\lambda}_k, \rho_0) = \left\{ (\lambda_{k+1}^{(i)}, \rho_0^{(i)}) \right\}_{i=1}^n \quad (20)$$

6) 检验优化结果: 根据当前度分布优化结果 (ρ_0, λ_{k+1}) 计算对应和速率 R_{k+1} 。如果 R_{k+1} 达到目标速率 R^* 则终止迭代, 并记录当前 λ_{k+1} 为 λ^* , 输出优化结果 $\lambda^* = \left\{ \lambda_{i=1}^{(i),*} \right\}^n, \lambda^{(i),*} = \left\{ \lambda_u^{(i),*} \right\}_{u=2}^{d_v}$; 反之, 则继续下一步。

7) 迭代次数更新: $k = k + 1$, 返回步骤 2), 直到满足终止条件或者到达迭代次数上限 K 。

特别地, 如果所有用户度分布相同, 则只进行单一数学模型式(16)的计算, 所有用户均输出相同优化度分布参数 $\lambda^* = \left\{ \lambda_u^* \right\}_{u=2}^{d_v}$ 。

2.3 多用户 LDPC 码构造算法

在上述算法基础上, 设计多用户 LDPC 码构造流程, 首先根据具体的应用场景采用 DE-EXITOA, 获得度分布参数, 之后生成支持多个移位值矩阵的 QC-LDPC 码, 最后借助矩阵扩展^[24-25], 生成 RC-LDPC 码。多用户 QC-LDPC 码构造算法如算法 2 所示, 多用户 RC-LDPC 码构造算法如算法 3 所示。

算法 2 多用户 QC-LDPC 码构造算法

1) 对于任一用户 i , 初始化参数, 根据多用户场景使用度分布优化算法, 确定设计参数 $(\lambda^{(i),*}, \rho_0^{(i)})$ 及其码率 $R^{(i)}$ 。

2) 根据距离优化设计基矩阵的大致结构^[23]。

3) 根据步骤 1) 和步骤 2) 生成基矩阵 $B_0^{(i)}$ 。

4) 设置 CPM 的大小 a 和循环移位值范围, 以 p_{xy} 填充 $B_0^{(i)}$ 获得初始循环移位矩阵 $P_0^{(i)}$ 。

5) 对 $P_0^{(i)}$ 分析^[6-8], 确定需要进一步优化的子矩阵部分 $P_s^{(i)}$, 记录大小为 $m_s \times n_s$ 。

6) 基于代数方法和预设循环移位值范围, 设计循环移位值表 $T_c^{(i)} = \{t_{xy}\}, 0 \leq t_{xy} \leq z$, 大小为 $m_c \times n_c$, 其中 $n_c = n_s$ 且 $m_c > m_s$, 每行每列元素两两不同^[26]。

7) 借助环加权平均数测度^[26], 从 $T_c^{(i)}$ 中选取 m_s 行构建子表 $T_s^{(i)}$ 并重新填充待优化子矩阵 $P_s^{(i)}$: $\tilde{P}_s^{(i)} = B_s^{(i)} \circ T_s^{(i)} + B_s^{(i)} - 1$ 。

8) 将重新设计的子矩阵 $\tilde{P}_s^{(i)}$ 替换原矩阵对应部分得到代数优化的循环移位矩阵 $\tilde{P}^{(i)}$ 。

9) 对 $\tilde{P}^{(i)}$ 进行基于环约束条件的围长分

析^[28-29], 并对 $\tilde{P}^{(i)}$ 中所有 $g(4,6,8,\dots)$ -环上的非负循环移位值进行更换^[26], 更换范围为 $0 \leq p_{xy} < a$, 重复操作直到对 $\tilde{P}^{(i)}$ 中 g -环不再减少。

10) 统计 $\tilde{P}^{(i)}$ 每个移位值 p_{xy} 所参与的 g -环个数, 选出参与最多的 p_{xy}^* 删除为 -1 (多个则选任意一个), 重复操作直到环长增大或者达到 g -环数目预设目标。

11) $g = g + 2$, 如果未达到围长设计目标, 则转步骤 9), 否则将优化围长后的矩阵 $\tilde{P}_g^{(i)}$ 输出, 并根据循环移位值 p_{xy} 和 CPM 大小 a 散列为 $H^{(i)}$ 。

12) 验证 $H^{(i)}$ 性能是否达到要求, 不满足则跳转步骤 1) 对 $H^{(i)}$ 重新构造, 否则输出用户 i 的构造结果 $H^{(i)}$ 。

13) $i++$, 跳转步骤 1)。

算法 3 多用户 RC-LDPC 码构造算法

1) 对于任一用户 i , 使用多用户 QC-LDPC 码构造算法构造其 QC-LDPC 码 $H^{(i)}$ 。

2) 对 $H^{(i)}$ 进行矩阵扩展为 $H_r^{(i)}$ 。

3) 对 $H_r^{(i)}$ 重复环优化操作得到 $H_{rg}^{(i)}$ 。

4) 测试 $H_{rg}^{(i)}$ 的性能, 如果达到要求继续下一步, 否则跳转步骤 2) 直到满足性能或者达到优化次数上限。

5) 输出 $H_{rg}^{(i)}$ 。

6) $i++$, 跳转步骤 1)。

特别地, 如果所有用户度分布相同, 则只进行一次构造, 生成相同 QC-LDPC 码或 RC-LDPC 码。

3 仿真分析

3.1 单一速率构造 QC-LDPC 码性能

首先为了验证度分布优化算法的可行性, 在两用户对称高斯 MAC 信道中, 各用户使用相同度分布, 采用式(16)的优化模型, 优化结果如表 1 所示。

以码率为 0.5 的优化结果为例, 采用参数为 $N_{AL} = 1, N_G = 3$ 的 LGMM 计算对应外部转移函数。通过索引联合译码的迭代次数 l 验证 I_{EC} 在不同信噪比下的收敛情况, 结果如图 2 所示。

从图 2 可以看到, EXIT 函数随着联合译码的迭代次数 $l \rightarrow l_{\max}$ 收敛于 1。以上述码率为 0.4 和 0.6 的度分布优化结果为例, 采用 2.2 节所介绍的算法构造 QC-LDPC 码, 其中码长为 20 000, 迭代次数为 200。

表1 不同码率优化度分布数值

码率	d_c	(λ_u, u)
0.3	6	(0.275 1,2)
		(0.211 7,3)
		(0.219 5,7)
		(0.042 5,15)
		(0.034 3,16)
		(0.067 1,17)
0.4	6	(0.241 1,100)
		(0.473 8,2)
		(0.092 8,3)
		(0.049 8,16)
		(0.082 2,21)
		(0.022 2,30)
0.5	7	(0.224 6,100)
		(0.310 7,2)
		(0.283 2,3)
		(0.083 4,4)
		(0.015 3,21)
		(0.019 1,22)
0.6	9	(0.237 0,100)
		(0.469 7,2)
		(0.093 1,3)
		(0.049 8,16)
		(0.081 9,21)
		(0.081 0,30)
0.6	9	(0.225 0,100)
		(0.225 0,100)
		(0.225 0,100)

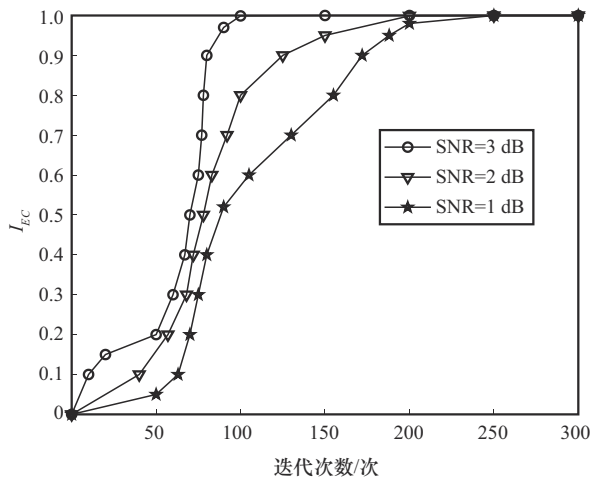
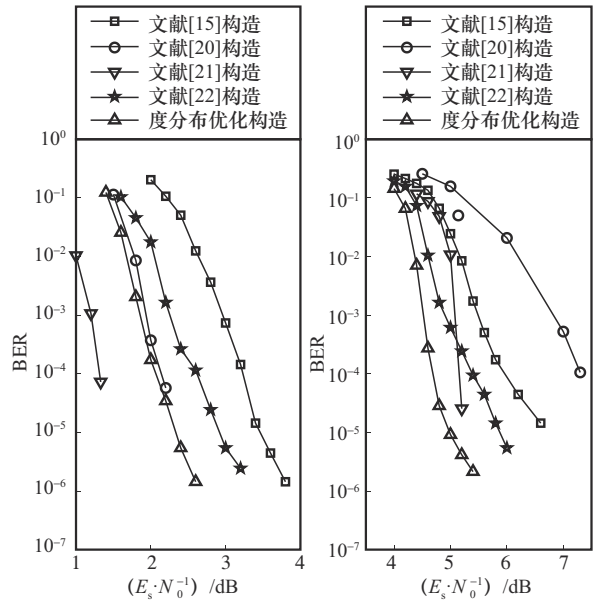


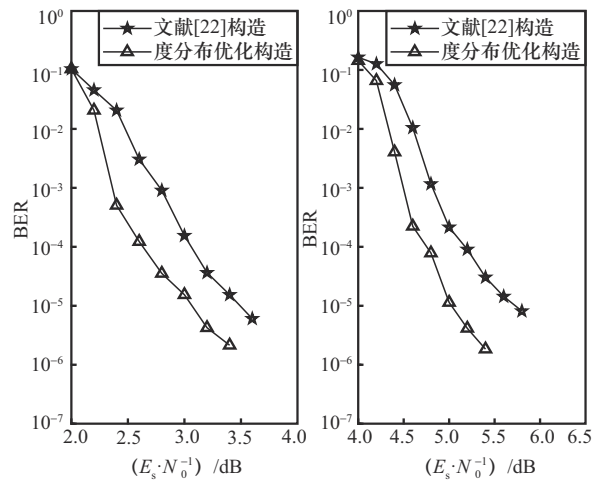
图2 EXIT函数收敛性验证

如图3所示,这种基于度分布优化构造的单一码率码字性能相比文献[15,20,22]具备一定优势,在高码率时与文献[21]构造的码字相比具有更好的低信噪比性能,但在较低码率时还有一定差距。



(a) 两用户码率为0.4性能对比 (b) 两用户码率为0.6性能对比
图3 两用户对称MAC信道单一码率码构造性能对比

类似地,在三用户对称MAC信道场景下基于度分布优化构造码率为0.4和0.6的QC-LDPC码,性能对比如图4所示。由于其余文献方法均只适用两用户,仅使用文献[22]的构造结果进行对比。可见在更多用户场景下,这种基于度分布优化构造的单一码率码字性能依然具备优势。



(a) 三用户码率为0.4性能对比 (b) 三用户码率为0.6性能对比
图4 三用户对称MAC信道单一码率码构造性能对比

3.2 构造 RC-LDPC 码性能

为了验证构造 RC-LDPC 码的性能，设计最高码率为 0.6 的 RC-LDPC 码。仿真采用对称多址接入信道，其中在两用户对称高斯 MAC 信道和三用户对称高斯 MAC 信道中，各用户使用相同度分布，均采用基于式(16)的优化模型，母矩阵优化度分布数值如表 2 所示。

表 2		母矩阵优化度分布数值	
信道	码率	d_c	(λ_u, u)
两用户	0.6	9	(0.505 7,2)
			(0.045 4,3)
			(0.153 1,21)
			(0.295 8,100)
三用户	0.6	10	(0.425 3,2)
			(0.062 7,3)
			(0.149 8,21)
			(0.181 9,30)
			(0.325 8,100)

图 5 和图 6 分别为在两用户和三用户对称 MAC 信道下所构造的 RC-LDPC 码和其他几种构造码字的性

能对比，码率从左到右依次为 0.3、0.4、0.6。

可以看出，采用度分布优化构造方案的码字性能在较高码率时有着明显性能优势。在高码率 0.6 时，RC-LDPC 码性能与单一速率码构造情况几乎相同；在中码率 0.4 时，性能稍差，损失在 0.1~0.15 dB；在较低码率 0.3 时，由于此时受度分布影响低，再次和单速率 QC-LDPC 码性能几乎相同，且相比其他码字的优势变小。

4 结束语

本文提出了一种针对多用户多址接入信道和两用户干扰信道（等效转换为 2 个多址接入信道）的 LDPC 码构造方案。一方面，设计了多用户度分布优化算法，为构造码字提供初始参数支持；另一方面，在矩阵构造过程中综合运用了循环移位值、环分布、最小距离等优化方案，尽可能提高其性能。仿真结果证明，该构造方案可以生成性能较为优秀的单一速率 QC-LDPC 码以及在一定码率区间内性能较好的 RC-LDPC 码。此外，考虑到各用户构造不同码字会带来很高的复杂度，希望可以在后续工作中对该方面进行进一步优化。

值得注意的是，虽然本文的构造算法在相同场

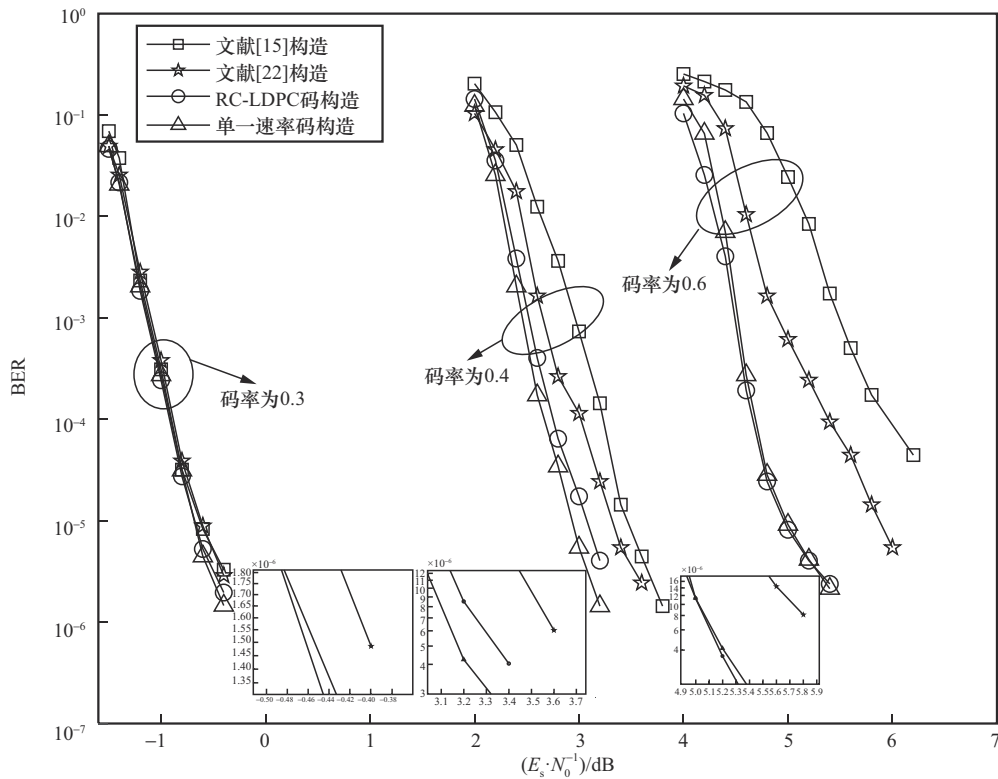


图 5 两用户对称 MAC 信道码构造性能对比

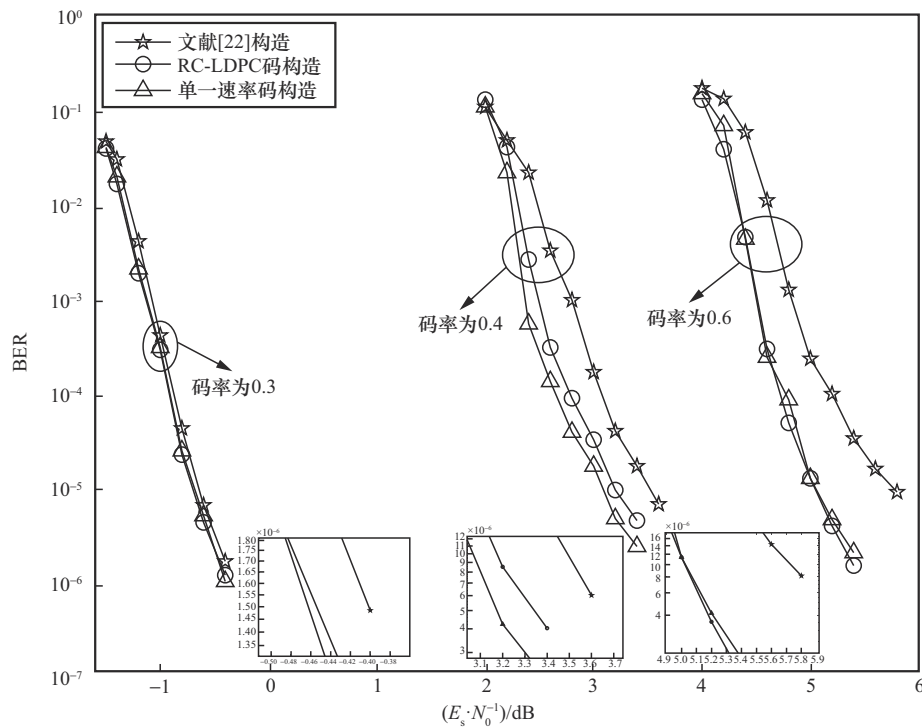


图6 三用户对称MAC信道码构造性能对比

景下相较于其他使用数学优化模型的多用户码设计方案,使用精确模型LGMM会带来复杂度增加,但通过在计算上采用了固定单一参数简化的方式使得该缺陷得以弥补。此外,在码构造的研究中往往更关注于设计结果的性能,故而该构造算法具备实际的应用价值。

参考文献:

- [1] GALLAGER R. Low-density parity-check codes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21-28.
- [2] MACKAY D J C, NEAL R M. Near Shannon limit performance of low density paritycheck codes[J]. Electronics Letters, 1996, 32(18): 1645-1646.
- [3] HU X Y, ELEFTHERIOU E, ARNOLD D M. Regular and irregular progressive edge-growth tanner graphs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(1): 386-398.
- [4] CAMPELLO J, MODHA D S, RAJAGOPALAN S. Designing LDPC codes using bit-filling[C]//Proceedings of the ICC 2001. IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2002: 55-59.
- [5] MACKAY D J C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(2): 399-431.
- [6] ZENG L Q, LAN L, TAI Y Y, et al. Construction of nonbinary cyclic, quasi-cyclic and regular LDPC codes: a finite geometry approach[J]. IEEE Transactions on Communications, 2008, 56(3): 378-387.
- [7] ZENG L Q, LAN L, TAI Y Y, et al. Transactions papers - constructions of nonbinary quasi-cyclic LDPC codes: a finite field approach[J]. IEEE Transactions on Communications, 2008, 56(4): 545-554.
- [8] SONG S, ZHOU B, LIN S, et al. A unified approach to the construction of binary and nonbinary quasi-cyclic LDPC codes based on finite fields[J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(1): 84-93.
- [9] CHEN C, BAI B M, WANG X M, et al. Nonbinary LDPC codes constructed based on a cyclic MDS code and a low-complexity nonbinary message-passing decoding algorithm[J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(3): 239-241.
- [10] HUANG J, LIU L, ZHOU W Y, et al. Large-girth nonbinary QC-LDPC codes of various lengths[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(12): 3436-3447.
- [11] LI H A, XU H Z, CHEN C, et al. Efficient construction of quasi-cyclic LDPC codes with multiple lifting sizes[J]. IEEE Communications Letters, 2024, 28(4): 754-758.
- [12] LI J E, GONG Y, XIAO X, et al. Cyclic partial geometries and their associated LDPC and constant-weight codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2023, 69(9): 5570-5596.
- [13] ROUMY A, DECLERCQ D. Characterization and optimization of LDPC codes for the 2-user Gaussian multiple access channel[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2007 (1): 074890.
- [14] DU B, ZHANG J. Parity-check network coding for multiple access relay channel in wireless sensor cooperative communications[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2010

- (1): 945765.
- [15] SHARIFI S, TANC A K, DUMAN T M. LDPC code design for the two-user Gaussian multiple access channel[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(4): 2833-2844.
- [16] SHARIFI S, TANC A K, DUMAN T M. Implementing the Han-Kobayashi scheme using low density parity check codes over Gaussian interference channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(2): 337-350.
- [17] STORN R, PRICE K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [18] BRINK S T. Designing iterative decoding schemes with the extrinsic information chart[J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2000, 54(6): 389-398.
- [19] KHAS M, SAEEDI H, ASVADI R. LDPC code design for correlated sources using EXIT charts[C]//Proceedings of the 2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). Piscataway: IEEE Press, 2017: 2945-2949.
- [20] BALATSOUKAS-STIMMING A, LIAVAS A P. Design of LDPC codes for the unequal power two-user Gaussian multiple access channel[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2018, 7(5): 868-871.
- [21] LI X D, CHEN P P, FANG Y, et al. Design of protograph-based LDPC codes for two-user Gaussian multiple access channel[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(9): 1990-1994.
- [22] ZHENG N J, HE Y X, BAI B M, et al. LDPC code design for Gaussian multiple-access channels using dynamic EXIT chart analysis[C]//Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2017: 3679-3683.
- [23] SHAHID I, YAHAMPATH P. Distributed joint source-channel code design for GMAC using irregular LDPC codes[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2014(1): 3.
- [24] YAZDANI M, BANIHASHEMI A H. On construction of rate-compatible low-density parity-check codes[C]//Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2004: 430-434.
- [25] MU L W, LIANG C L, LIU Z Y, et al. Construction of regular rate-compatible LDPC convolutional codes[J]. China Communications, 2016, 13(8): 97-102.
- [26] 李华安. 准循环 LDPC 码的设计与代数构造[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2021.
LIHA. Design and algebraic construction of quasi-cyclic LDPC codes[D]. Xi'an: Xidian University, 2021.
- [27] DIAO Q J, HUANG Q, LIN S, et al. A matrix-theoretic approach for analyzing quasi-cyclic low-density parity-check codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(6): 4030-4048.
- [28] LI J E, LIU K K, LIN S, et al. Algebraic quasi-cyclic LDPC codes: construction, low error-floor, large girth and a reduced-complexity decoding scheme[J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(8): 2626-2637.
- [29] RICHARDSON T J, SHOKROLLAHI M A, URBANKE R L. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 619-637.
- [30] GAZOR S, ZHANG W. Speech enhancement employing Laplacian-Gaussian mixture[J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 2005, 13(5): 896-904.
- [31] SHENOY S, GORINEVSKY D. Gaussian-Laplacian mixture model for electricity market[C]//Proceedings of the 53rd IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE Press, 2014: 1720-1726.

[作者简介]



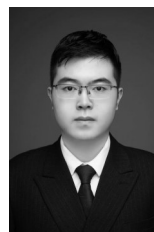
关梦生 (1993–), 男, 安徽淮北人, 西安电子科技大学博士生, 主要研究方向为信道编码、盲识别、多用户通信与低密度校验码。



朱敏 (1986–), 女, 安徽淮北人, 博士, 西安电子科技大学副教授, 主要研究方向为现代信道编码技术及应用。



白宝明 (1966–), 男, 山西大同人, 博士, 西安电子科技大学教授, 主要研究方向为现代信道编码技术及应用、面向信息网络的多用户信息传输与编码、量子通信与量子编码技术。



刘彤 (2001–), 男, 甘肃兰州人, 西安电子科技大学硕士生, 主要研究方向为信道编码、正交时频空调制技术。